

5.5 zadanie 1

Wstęp

W zadaniu rozpatrujemy równanie

$$\frac{dp}{dt} = Ap_1p - Ap^r, p(0) = p_0$$

Gdzie $p_1 = 3, A = 1, p_0 = 1$

Po podstawieniu powyższych wartości równanie wygląda następująco:

$$\frac{dp}{dt} = 3p - p^r$$

Aby przybliżyć rozwiązanie równania na przedziale $0 \leq t \leq 5$ dla $r = 1.5, 2, 3$ oraz $h = 0.25$

zaimplementowano metodę Rungego-Kutty 4 rzędu.

Mając równanie $p' = f(t, p)$, znając początkową wartość $p(t_0)$ i przyjmując zadane h

iteracyjny wzór według metody Rungego-Kutty wygląda następująco:

$$p_{n+1} = p_n + \Delta p_n,$$

$$\Delta p_n = \frac{1}{6}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4),$$

Gdzie

$$k_1 = h \cdot f(t_n, p_n),$$

$$k_2 = h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, p_n + \frac{k_1}{2}\right),$$

$$k_3 = h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, p_n + \frac{k_2}{2}\right),$$

$$k_4 = h \cdot f(t_n + h, p_n + k_3)$$

Program

Kod zawiera 2 funkcje oraz program główny.

1. Funkcja *float dpdt* zwraca wartość $3p - p^r$ w zależności od wartości t oraz p . Domyślnie funkcja przyjmuje $r = 1.5$ (możliwa jest modyfikacja wartości r bezpośrednio w kodzie).
2. Funkcja *void RungeKutta* stosuje wzór iteracyjny metody w celu znalezienia rozwiązań równania. Zdefiniowano w niej wielkość n , która jest ilością kroków iteracji. Pętla *for* oblicza i wypisuje rozwiązanie równania dla każdego kolejnego kroku iteracyjnego. Ta funkcja wykorzystuje poprzednio zdefiniowaną funkcję *float dpdt*.

W programie głównym zostały zdefiniowane wartości t_0 -początek przedziału, t -koniec przedziału, p_0 oraz h , a następnie została wywołana funkcja *void RungeKutta* dla zadanych wartości.

Wyniki

| $r = 1.5$ | | $r = 2$ | | $r = 3$ | |
|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| t | p | t | p | t | p |
| 0.25 | 1.596 | 0.25 | 1.54249 | 0.25 | 1.43911 |
| 0.5 | 2.37945 | 0.5 | 2.0741 | 0.5 | 1.64557 |
| 0.75 | 3.30824 | 0.75 | 2.47727 | 0.75 | 1.70801 |
| 1 | 4.30243 | 1 | 2.72769 | 1 | 1.72545 |
| 1.25 | 5.27054 | 1.25 | 2.86458 | 1.25 | 1.73024 |
| 1.5 | 6.13869 | 1.5 | 2.93427 | 1.5 | 1.73156 |
| 1.75 | 6.866 | 1.75 | 2.96848 | 1.75 | 1.73192 |
| 2 | 7.4435 | 2 | 2.98498 | 2 | 1.73201 |
| 2.25 | 7.88372 | 2.25 | 2.99286 | 2.25 | 1.73204 |
| 2.5 | 8.20933 | 2.5 | 2.99661 | 2.5 | 1.73205 |
| 2.75 | 8.44497 | 2.75 | 2.99839 | 2.75 | 1.73205 |
| 3 | 8.61286 | 3 | 2.99924 | 3 | 1.73205 |
| 3.25 | 8.73117 | 3.25 | 2.99964 | 3.25 | 1.73205 |
| 3.5 | 8.81392 | 3.5 | 2.99983 | 3.5 | 1.73205 |
| 3.75 | 8.87147 | 3.75 | 2.99992 | 3.75 | 1.73205 |
| 4 | 8.91136 | 4 | 2.99996 | 4 | 1.73205 |
| 4.25 | 8.93893 | 4.25 | 2.99998 | 4.25 | 1.73205 |
| 4.5 | 8.95796 | 4.5 | 2.99999 | 4.5 | 1.73205 |
| 4.75 | 8.97107 | 4.75 | 3 | 4.75 | 1.73205 |
| 5 | 8.9801 | 5 | 3 | 5 | 1.73205 |