Populacje $x(t), y(t)$ w czasie t są opisane przez układ

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x(a_1 - b_1 x - c_1 y) \\ \frac{dy}{dt} = y(a_2 - b_2 y - c_2 x) \end{cases} \quad (*)$$

gdzie $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ to dodatnie stałe

Nasz układ

$$\begin{cases} \frac{dC}{dt} = \frac{\beta_C}{N}(N-C-H)C - (\sigma_C + \delta_C)C \\ \frac{dH}{dt} = \frac{\beta_H}{N}(N-C-H)H - (\sigma_H + \delta_H)H \end{cases}$$

sprowadzimy do postaci $(*)$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\beta_C}{N}(N-C-H)C - (\sigma_C+\delta_C)C = C\left[\frac{\beta_C}{N}(N-C-H) - (\sigma_C+\delta_C)\right] =$$

$$= C\left[\beta_C - (\sigma_C + \delta_C) - \frac{\beta_C}{N}C - \frac{\beta_C}{N}H\right]$$

$$\frac{dH}{dt} = H\left[\beta_H - (\sigma_H + \delta_H) - \frac{\beta_H}{N}H - \frac{\beta_H}{N}C\right]$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$\begin{cases} \frac{dC}{dt} = C\Big[\underbrace{\beta_C - (\sigma_C+\delta_C)}_{a_1} - \underbrace{\frac{\beta_C}{N}}_{b_1}C - \underbrace{\frac{\beta_C}{N}}_{c_1}H\Big] \\ \frac{dH}{dt} = H\Big[\underbrace{\beta_H - (\sigma_H+\delta_H)}_{a_2} - \underbrace{\frac{\beta_H}{N}}_{b_2}H - \underbrace{\frac{\beta_H}{N}}_{c_2}C\Big] \end{cases}$$

Następnie po przeanalizowaniu wykresów (rozdział 12.1) i różnych zachowań populacji, do naszej sytuacji (jedna odmiana MRSA prześcignie drugą) możemy dopasować wykres 12.2b.

Kolejny krok to wyliczenie współczynników $\frac{a_1}{c_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_2}{c_2}, \frac{a_1}{b_1}$ a następnie przyrównanie ich w taki sposób, aby odzwierciedlić sytuację na wykresie.

1) wyliczenie współczynników

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{\beta_C - (\sigma_C + \delta_C)}{\frac{\beta_C}{N}} = \frac{N(\beta_C - (\sigma_C + \delta_C))}{\beta_C} = N - \frac{N(\sigma_C + \delta_C)}{\beta_C}$$

$$\frac{a_2}{b_2} = \frac{\beta_H - (\delta_H + \alpha_H)}{\frac{\beta_H}{N}} = N - \frac{N(\delta_H + \alpha_H)}{\beta_H}$$

$$\frac{a_1}{c_1} = \frac{\beta_C - (\delta_C + \alpha_C)}{\frac{\beta_C}{N}} = N - \frac{N(\delta_C + \alpha_C)}{\beta_C}$$

$$\frac{a_2}{c_2} = \frac{\beta_H - (\delta_H + \alpha_H)}{\frac{\beta_H}{N}} = N - \frac{N(\delta_H + \alpha_H)}{\beta_H}$$

2) przyrównanie współczynników, aby odzwierciedlić sytuację na wykresie

$$\underset{(\text{oś } OX)}{\frac{a_1}{b_1} > \frac{a_2}{b_2}} \quad \wedge \quad \underset{(\text{oś } OY)}{\frac{a_1}{c_1} > \frac{a_2}{b_2}}$$

$$\Downarrow$$

$$N - \frac{N(\delta_C + \alpha_C)}{\beta_C} > N - \frac{N(\delta_H + \alpha_H)}{\beta_H} \quad / \cdot \frac{1}{N}$$

$$1 - \frac{\delta_C + \alpha_C}{\beta_C} > 1 - \frac{\delta_H + \alpha_H}{\beta_H} \quad / \cdot (-1)$$

$$\frac{\delta_C + \alpha_C}{\beta_C} < \frac{\delta_H + \alpha_H}{\beta_H} \quad / \cdot \frac{\delta_S N}{\Lambda}$$

$$\frac{\delta_S N(\delta_C + \alpha_C)}{\Lambda \beta_C} < \frac{\delta_S N(\delta_H + \alpha_H)}{\Lambda \beta_H}$$

$$\frac{1}{R_C} < \frac{1}{R_H}$$

$$R_C > R_H$$

Wniosek: CA-MRSA prześcignie HA-MRSA, kiedy liczba odtworzenia CA-MRSA będzie większa od ~~[illegible]~~ liczby odtworzenia HA-MRSA.